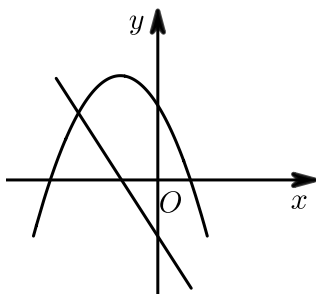


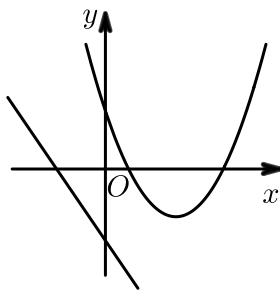
二次函数独当一面

1. 在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y = ax + b$ 和二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象可能为（ ）.

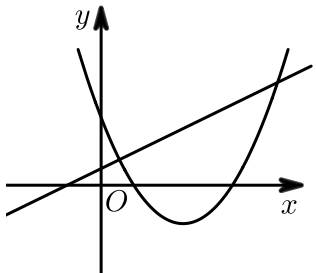
A.



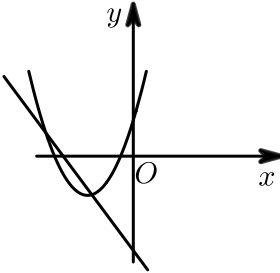
B.



C.



D.



【答案】 A

【解析】 解：A、由抛物线的性质可知， $a < 0$ ， $x = -\frac{b}{2a} < 0$ ，得 $b < 0$ ，由直线的性质可知， $a < 0$ ， $b < 0$ ，故本选项正确；

B、由抛物线的性质可知， $a > 0$ ，由直线的性质可知， $a < 0$ ，故本选项错误；

C、由抛物线的性质可知， $a > 0$ ， $x = -\frac{b}{2a} > 0$ ，得 $b < 0$ ，由直线的性质可知， $a > 0$ ， $b > 0$ ，故本选项错误；

D、由抛物线的性质可知， $a > 0$ ，由直线的性质可知， $a < 0$ ，故本选项错误。

故选：A.

【标注】【知识点】一次函数与二次函数图象的综合判断

2. 抛物线 $y = -\frac{3}{5}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 3$ 的顶点坐标是（ ）.

A. $\left(\frac{1}{2}, -3\right)$

B. $\left(-\frac{1}{2}, -3\right)$

C. $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$

D. $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$

【答案】 B

【解析】 $y = -\frac{3}{5}\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 3$ 是抛物线的顶点式，

根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标为 $\left(-\frac{1}{2}, -3\right)$ 。

【标注】【题型】顶点坐标

3. 已知抛物线 $y = x^2 + x + b^2$ 经过点 $\left(a, -\frac{1}{4}\right)$ 和 $(-a, y_1)$ ，则 y_1 的值是_____。

【答案】 $\frac{3}{4}$

【解析】已知抛物线 $y = x^2 + x + b^2$ 经过点 $\left(a, -\frac{1}{4}\right)$ ，

则有 $a^2 + a + b^2 = -\frac{1}{4}$ ；

化简可得： $\left(a + \frac{1}{2}\right)^2 + b^2 = 0$ ；

解得 $a = -\frac{1}{2}$ ， $b = 0$ ；

所以原函数式为： $y = x^2 + x$ ，

点 $(-a, y_1)$ 即为 $\left(\frac{1}{2}, y_1\right)$ ，

把 $x = \frac{1}{2}$ 代入 $y = x^2 + x$ 中，得 $y_1 = \frac{3}{4}$ 。

【标注】【知识点】点在二次函数图象上

4. 已知 $P_1(x_1, y_1)$ ， $P_2(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 - 2ax$ 上的点，下列命题正确的是()
- A. 若 $|x_1 - 1| > |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 > y_2$ B. 若 $|x_1 - 1| > |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 < y_2$
- C. 若 $|x_1 - 1| = |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 = y_2$ D. 若 $y_1 = y_2$ ，则 $x_1 = x_2$

【答案】C

【解析】解： $\because$ 抛物线 $y = ax^2 - 2ax = a(x - 1)^2 - a$ ，

$\therefore$ 该抛物线的对称轴是直线 $x = 1$ ，

当 $a > 0$ 时，若 $|x_1 - 1| > |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 > y_2$ ，故选项B错误；

当 $a < 0$ 时，若 $|x_1 - 1| > |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 < y_2$ ，故选项A错误；

若 $|x_1 - 1| = |x_2 - 1|$ ，则 $y_1 = y_2$ ，故选项C正确；

若 $y_1 = y_2$ ，则 $|x_1 - 1| = |x_2 - 1|$ ，故选项D错误。

故选C。

【标注】【知识点】二次函数的定义

5. 若二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 中函数 y 与自变量 x 之间的部分对应值如下表

x	$\dots$	0	1	2	3	$\dots$
y	$\dots$	-1	2	3	2	$\dots$

点 $A(x_1, y_1)$ 点 $B(x_2, y_2)$ 在该函数图象上, 当 $0 < x_1 < 1$, $2 < x_2 < 3$, y_1 与 y_2 的大小关系是 () .

- A. $y_1 < y_2$ B. $y_1 > y_2$ C. $y_1 \leq y_2$ D. $y_1 \geq y_2$

【答案】 A

【解析】 由表可知, 点 $(1, 2)$, $(3, 2)$ 关于抛物线对称轴对称,

$\therefore x = 2$ 为抛物线对称轴, 且开口向下,

$\therefore$ 离对称轴越近函数值越大,

x_1 距对称轴比 x_2 距对称轴远,

$\therefore y_1 < y_2$,

故选A.

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

6. 若将抛物线 $y = x^2 + 2$ 先向右平移2个单位长度, 再向下平移2个单位长度, 则所得到的抛物线的顶点坐标是 () .

- A. $(2, 0)$ B. $(-2, 0)$ C. $(0, 2)$ D. $(0, 4)$

【答案】 A

【解析】 将抛物线 $y = x^2 + 2$ 先向右平移2个单位长度, 再向下平移2个单位长度, 得到

$y = (x - 2)^2 + 2 - 2$, 整理得 $y = (x - 2)^2$, 该抛物线的顶点坐标是 $(2, 0)$.

故选A.

【标注】【知识点】二次函数平移变换

【能力】运算能力

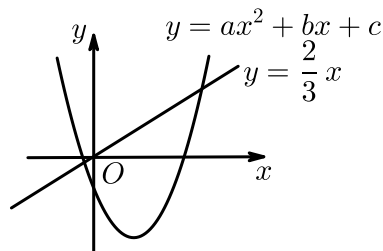
7. 把函数 $y = -2(x + 3)^2 + 3$ 的图象关于直线 $x = -1$ 对称后, 所得图象对应的函数解析式为 () .

- A. $y = -2(x + 1)^2 + 3$ B. $y = -2(x - 1)^2 + 3$ C. $y = 2(x + 1)^2 - 3$ D. $y = -2(x - 1)^2 - 3$

【答案】 B

【标注】【知识点】二次函数关于平行坐标轴的直线对称

8. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 和正比例函数 $y = \frac{2}{3}x$ 的图象如图所示，则方程 $ax^2 + \left(b - \frac{2}{3}\right)x + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根之和() .



- A. 大于0 B. 等于0 C. 小于0 D. 不能确定

【答案】A

【解析】解法一：

由函数图象可知，方程 $ax^2 + \left(b - \frac{2}{3}\right)x + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根为函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 和函数 $y = \frac{2}{3}x$ 的交点横坐标，
易得，两根之和大于0 .

解法二：

设 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根为 x_1, x_2 .

$\because$ 由二次函数的图象可知 $x_1 + x_2 > 0, a > 0$,

$$\therefore -\frac{b}{a} > 0 .$$

设方程 $ax^2 + \left(b - \frac{2}{3}\right)x + c = 0 (a \neq 0)$ 的两根为 x_3, x_4 ,

$$\text{则 } x_3 + x_4 = \frac{-b - \frac{2}{3}}{a} = -\frac{b}{a} + \frac{2}{3a} ,$$

$\because a > 0$,

$$\therefore \frac{2}{3a} > 0 ,$$

$$\therefore x_3 + x_4 > 0 .$$

【标注】【知识点】二次函数与一元二次方程的关系

9. 已知自变量为 x 的二次函数 $y = (ax + b)\left(x + \frac{3}{b}\right)$ 经过 $(m, 3), (m + 4, 3)$ 两点，若方程 $(ax + b)\left(x + \frac{3}{b}\right) = 0$ 的一个根为 $x = 5$ ，则其另一个根为 _____ .

【答案】 $x = -1$ 或 $x = -9$

【解析】 对于二次函数 $y = (ax + b)\left(x + \frac{3}{b}\right)$, $x = 0$ 时, $y = 3$,

$$\therefore m = 0 \text{ 或 } m + 4 = 0,$$

① 当 $m = 0$ 时, 对称轴为 $x = 2$, $\therefore$ 另一个根为 $x = -1$,

② 当 $m = -4$ 时, 对称轴为 $x = -2$, $\therefore$ 另一个根为 $x = -9$.

【标注】 【知识点】二次函数与一元二次方程的关系

10. 某商店购进一批单价为8元的商品, 如果按每件10元出售, 那么每天可销售100件, 经调查发现, 这种商品的销售单价每提高1元, 其销售量相应减少10件.

(1) 求销售量 y 件与销售单价 x ($x > 10$) 元之间的关系式.

(2) 当销售单价 x 定为多少, 才能使每天所获销售利润最大? 最大利润是多少?

【答案】 (1) $y = -10x + 200$.

(2) 当 $x = 14$ 元时, 利润最大, 最大值为360元.

【解析】 (1) 依题意可得, $y = 100 - 10(x - 10) = -10x + 200$.

(2) 设销售利润为 w , 依题意可得,

$$w = [100 - 10(x - 10)] \cdot (x - 8)$$

$$= -10x^2 + 280x - 1600.$$

$$= -10(x - 14)^2 + 360,$$

当 $x = 14$ 元时, 利润最大, 最大值为360元.

【标注】 【知识点】二次函数的利润问题